

## 泛函导论 Erwin

### 1.6

$\mathbb{Q}$  到  $\mathbb{R}$  的完备化就像是只经历了一次闭包运算，因此  $\mathbb{Q}$  在  $\mathbb{R}$  中显现的稠密性是很自然的，因为聚点的定义就是如此。嗯哼，1.6-2 也在说这点。

这节似乎只是复述一遍  $\mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}$  的过程？不管了。语言风格有点顶不住。

### 习题

1. 此时的 Cauchy 序列必然会在足够远的地方呈现  $a, a, a, a, a, \dots$  的形态，从而所有 Cauchy 序列都会收敛在  $Y$  里。
2.  $\mathbb{R}$ ，这个答案在我们的 DNA 里。
3. 它本身吧，这里仍然有习题 1 的现象。这种现象之前的习题好像提了不少次。
4. 显然。等距是以一一对应为前提的。
5. a 太显然了。b 的话， $T: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}, Tx = x + 1$ ,
6.  $T: C[a, b] \rightarrow C[0, 1], T(f[x] = y) = (f[\frac{x-a}{b-a}] = y)$ ，至于等距性自然是显然的
- 7.8.  $d \rightarrow \tilde{d}$  基本就是将值域做了  $[0, \infty) \rightarrow [0, 1)$  的变换，且  $d(x, y) < \varepsilon \leftrightarrow \tilde{d}(x, y) < \varepsilon$
9.  $|x_n - x'_n| < \varepsilon \wedge |x_n - l| < \varepsilon \rightarrow |x'_n - l| \leq 2\varepsilon$
10. 类似习题 9.
11. 自反性对称性交换性
12.  $|x_n - x_m| < \varepsilon \wedge |x_n - x'_n| < \varepsilon \wedge |x_m - x'_m| < \varepsilon \rightarrow |x'_n - x'_m| \leq 3\varepsilon$
13.  $x \neq y \wedge d(x, y) = 0$  可以同时为真。这个例子验证非常简单。
14. [×]度量。
15. 简，略。

看下答案。5. 中我的考虑应该有所不周，但不管了。14. 我不是很懂，不过懒得查了。

## 参考文献